Examen 2 Álgebra lineal 1. Teorema de la dimensión, Sumas directas y Transformaciones lineales (Parte 1).

Profesor: Angel Vázquez Badillo

Instrucciones: Demuestre y justifique ampliamente sus respuesta .Resuelva 4 de los 5 problemas.

1. Sea V un espacio vectorial de dimensión finita n sobre un campo F y sea W un subespacio de V de dimensión $n-1$. Si U es un subespacio de V no contenido en W. Demostrar que $dim_F(W \cap U) = dim_F(U) - 1$.

2. Demuestre que dados W, Z subespacios de V sobre un campo F,$V = W \oplus Z$ si y sólo si Z es subespacio mínimo en $\{U \leq V \mid W + U = V\}$.(i. e, si $\exists Z'$ subespacio tal que $Z \leq Z'$ y Z' satisface también ser complemento de W en V entonces $Z = Z'$).

3. Sean V,W K-espacios vectoriales de la misma dimensión finita y sea $T : V \longrightarrow W$.Demuestra que las siguientes condiciones son equivalentes:

   a) T es un monomorfismo.

   b) T es un epimorfismo.

   c) T es un isomorfismo.

4. Sea $T : V \longrightarrow W$ una transformación lineal.Demuestra que T es un isomorfismo si y sólo si T manda conjuntos linealmente independientes de V a conjuntos linealmente independientes de W.

5. Sea V un espacio vectorial sobre un campo K y sea $T : V \longrightarrow K$ una transformación lineal distinta de cero.Demuestre que T es un epimorfismo.